

Operații cu numere reale reprezentate prin litere

EXPRESII ALGEBRICE

O expresie sub forma unui *produs* în care factorii sunt numere sau litere este *expresie algebrică*. Literele care apar în expresie semnifică numere reale neprecizate.

În general, o astfel de expresie se poate scrie $E = c \cdot l$, unde c este un număr real numit *coeficient*, iar l este *partea literală*.

Exemplu:

În expresia $2ax^2z$, coeficientul este 2, iar partea literală este ax^2z .

1. TERMENI ASEMENEA. OPERAȚII CU EXPRESII ALGEBRICE

Doi termeni ai unei expresii algebrice sunt *asemenea* dacă au aceeași parte literală. Termenii asemenea *se adună* (se reduc) pe baza *proprietății de distributivitate a înmulțirii* numerelor reale în raport cu adunarea/scăderea.

Exemple:

- $8x^2 - 3x^2 = (8 - 3) \cdot x^2 = 5x^2$;
- $a - 7 + 2x^2 - 9a + 20 + 5x^2 = (-7 + 20) + (1 - 9)a + (2 + 5)x^2 = 13 - 8a + 7x^2$.

Folosind proprietățile operațiilor cu numere reale, se desprind următoarele observații:

✓ Semnul plus din fața unei paranteze lasă semnele termenilor din paranteză neschimbate:

$$a + (b - c) = a + b - c.$$

✓ Semnul minus din fața unei paranteze transformă termenii din paranteză în termenii opuși (se spune că semnul minus din fața unei paranteze schimbă semnele tuturor termenilor din paranteză):

$$a - (b - c) = a - b + c.$$

✓ Produsul dintre un număr real și o expresie algebrică se efectuează înmulțind numărul respectiv cu fiecare coeficient al termenilor ce compun expresia algebrică, respectând regula semnelor.

✓ Produsul a două expresii algebrice se efectuează înmulțind fiecare termen al expresiei din prima paranteză cu fiecare termen al expresiei din a doua paranteză, respectând regula semnelor la înmulțire.

✓ Prin împărțirea a doi termeni ai unei expresii algebrice, neapărat asemenea, se obține un nou termen, în care coeficientul este egal cu câtul coeficienților celor doi termeni, iar partea literală este formată din fiecare literă a celor doi termeni, luată o singură dată, ridicată la o putere egală cu diferența exponenților acelei litere din termenii dați.

✓ Împărțirea unei paranteze cu un factor revine la a împărți fiecare termen din expresia algebrică din paranteză la factorul respectiv, dacă este posibilă operația de împărțire:

$$(a + b) : c = a : c + b : c.$$

✓ Ridicarea la o putere a unui termen al unei expresii algebrice este operația prin care se obține un termen nou în care:

- coeficientul este egal cu coeficientul inițial ridicat la acea putere;

- partea literală este formată din aceleași litere ca o putere egală cu ale termenului inițial, fiecare ridicată la o putere egală cu produsul dintre exponentul inițial și puterea la care s-a ridicat termenul.

În concluzie, cu expresiile algebrice se pot efectua aceleași operații care se efectuează cu numere reale: adunarea, scăderea, înmulțirea, împărțirea, ridicarea la putere. Aceste operații au aceleași proprietăți ca și operațiile cu numere reale.

Exersează!

1. Stabilește valoarea de adevăr a propozițiilor:

- P_1 : Pentru termenul $2x^2$, coeficientul este numărul real 2;
- P_2 : Valoarea expresiei algebrice $E(x) = x^2 + 2x - 7$, pentru $x = 2$ este egală cu 1;
- P_3 : Valoarea expresiei algebrice $E(x) = 2x^4 - x^3 + 6x^2 - 3x + 11$, pentru $x = \frac{1}{2}$, este egală cu $\frac{2}{3}$;
- P_4 : Valoarea expresiei algebrice de două variabile $E(x, y) = x^2 + y^2 - 7xy$, pentru $x = 2, y = -2$, este 34.

Soluții:

- Adevărat
- Adevărat
- Fals (răspuns corect: 11)
- Fals (răspuns corect: 36)

2. Completează spațiul punctat cu termenul corespunzător astfel încât relația obținută să fie adevărată:

- a. $-3a + 4b - 4b + 2a - \dots = 0$;
- b. $7a^2 + 3b^2 + 5a^2 - \dots = 12a^2$;
- c. $\frac{1}{3}a^2 - \frac{2}{9}a^2 + \dots + 1, (5) a^2 = 0$;

Soluții:

- a. Termenul corespunzător astfel încât relația $-3a + 4b - 4b + 2a - \dots = 0$ să fie adevărată este $-a$ așa încât $-3a + 4b - 4b + 2a - (-a) = 0$;
- b. Termenul corespunzător astfel încât relația $7a^2 + 3b^2 + 5a^2 - \dots = 12a^2$ să fie adevărată este $3b^2$ așa încât $7a^2 + 3b^2 + 5a^2 - 3b^2 = 12a^2$;
- c. Termenul corespunzător astfel încât relația $\frac{1}{3}a^2 - \frac{2}{9}a^2 + \dots + 1, (5) a^2 = 0$ să fie adevărată este $-\frac{5}{3}a^2$ așa încât $\frac{1}{3}a^2 - \frac{2}{9}a^2 + (-\frac{5}{3}a^2) + 1, (5) a^2 = 0$.

3. Efectuează, reducând termenii asemenea:

- a. $7x - 7x$; b. $\frac{2}{5}ax - \frac{7}{5}ax$;
- c. $-12y^4 + 2y^4$; d. $7x + 3x^2 - 10x - 8x^2 - 2x$.

Soluții:

- a. $7x - 7x = (7 - 7)x = 0$;
- b. $9ax - 3ax = (9 - 3)ax = 6ax$;
- c. $\frac{2}{5}ax - \frac{7}{5}ax = (\frac{2}{5} - \frac{7}{5})ax = -ax$;
- d. $7x + 3x^2 - 10x - 8x^2 - 2x = (7 - 10 - 2)x + (3 - 8)x^2 = -5x - 5x^2$.

4. Efectuează, desfășcând parantezele și reducând termenii asemenea:

- a. $7x - [5y - (3x - 2y - 5)] + 7 - 10x + 9y$;
- b. $x^2 - (2 + 3x) - [7 - (11x^2 - 5x)] + 18 + 6x^2$;
- c. $13x^2 + (5 - 2,6x - \frac{2}{5}x^2) + (1 - 7,4x + \frac{17}{5}x^2)$.

Soluții:

- a. $7x - [5y - (3x - 2y - 5)] + 7 - 10x + 9y = 7x - (5y - 3x + 2y + 5) + 7 - 10x + 9y = 7x - 5y + 3x - 2y - 5 + 7 - 10x + 9y = (-5 + 7) + (7 + 3 - 10)x + (-5 - 2 + 9)y = 2 + 0 \cdot x + 2y = 2y + 2$;
- b. $x^2 - (2 + 3x) - [7 - (11x^2 - 5x)] + 18 + 6x^2 = x^2 - 2 - 3x - (7 - 11x^2 + 5x) + 18 + 6x^2 = x^2 - 2 - 3x - 7 + 11x^2 - 5x + 18 + 6x^2 = (-2 - 7 + 18) + (-3 - 5)x + (1 + 11 + 6)x^2 = 9 - 8x + 18x^2 = 18x^2 - 8x + 9$;

$$\begin{aligned} \text{c. } 13x^2 + (5 - 2,6x - \frac{2}{5}x^2) + (1 - 7,4x + \frac{17}{5}x^2) &= 13x^2 + 5 - 2,6x - \frac{2}{5}x^2 + 1 - \\ 7,4x + \frac{17}{5}x^2 &= (5 + 1) + (-2,6 - 7,4)x + (13 - \frac{2}{5} + \frac{17}{5})x^2 = 6 - 10x + 16x^2 = \\ 16x^2 - 10x + 6. \end{aligned}$$

5. Dacă $A = 5x - 4$, $B = -3x + 6$, $C = -y + 2x + 7$ și $D = -4x + y - 2$, calculează $A + B$ și $A + D + (C - B)$.

Soluție:

$$\begin{aligned} \text{Calculăm } A + B &= (5x - 4) + (-3x + 6) = 5x - 4 - 3x + 6 = (-4 + 6) + (5 - 3)x = 2 + 2x \\ &= 2x + 2. \text{ Pe urmă, efectuăm } A + D + (C - B) = (5x - 4) + (-4x + y - 2) + [(-y + 2x + 7) - \\ &(-3x + 6)] = 5x - 4 - 4x + y - 2 + (-y + 2x + 7 + 3x - 6) = 5x - 4 - 4x + y - 2 - y + 2x + 7 + 3x \\ &- 6 = (-4 - 2 + 7 - 6) + (5 - 4 + 2 + 3)x + (1 - 1)y = -5 + 6x + 0 \cdot y = 6x - 5. \end{aligned}$$

Deci, $A + B = 2x + 2$ și $A + D + (C - B) = 6x - 5$.

Aprofundează!

1. Stabilește valoarea de adevăr a propozițiilor:

- P_1 : Pentru termenul $5x^2$, coeficientul este numărul real 3;
- P_2 : Valoarea expresiei algebrice $E(x) = (x - 1)^2 + (x + 1)^3 - (2x + 1)^4$, pentru $x = -1$ este egală cu 3;
- P_3 : Valoarea expresiei algebrice $E(x) = 3x^4 + x^3 - 7x^2 - 5x - 6$, pentru $x = \sqrt{3}$, este egală cu $-2\sqrt{3}$;
- P_4 : Valoarea expresiei algebrice $E(x, y, z) = x^2y + y^2z + z^2x - 3xyz$, pentru $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{2}{3}$, $z = -\frac{1}{2}$ este $\frac{23}{74}$.

2. Completează spațiul punctat cu termenul corespunzător astfel încât relația obținută să fie adevărată:

- $2a - \sqrt{5}a + \sqrt{5}a - \dots = 0$;
- $2a^2b + 3a^2b + 4a^2b - \dots = 12a^2$;
- $ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{3}ab + \dots = 2ab$;

3. Efectuează, reducând termenii asemenea:

- $6x^2 - x^2$; b. $\frac{2}{4}xy + \frac{3}{5}xy$;
- $12xyz - 22xyz$; d. $12x^2 - 7ax - 5x^2 + 12ax$.

4. Efectuează, desfăcând parantezele și reducând termenii asemenea:

a. $11 - 2(9x^2 - 3) + 3(7y + 6x^2) - 5(4y - 9)$;

b. $a + x - (x^2 - 3a) - [(5a - 4x^2) - (7a - 6x + x^2)]$;

c. $\sqrt{8}(3\sqrt{2}y - \sqrt{8}) + \sqrt{2}(5\sqrt{8} - \sqrt{98}y) - \sqrt{6}(\sqrt{6}y - \sqrt{24})$;

5. Dacă $A = 5x - 4$, $B = -3x + 6$, $C = -y + 2x + 7$ și $D = -4x + y - 2$, calculează $A + C - B$ și $A - B + C - D$.

Rezolvări cheie:

1. a. Fals

b. Adevărat

c. Adevărat

d. Fals

2. a. $2a$

b. $9a^2b$

c. $\frac{1}{6}ab$

3. a. $5x^2$

b. $\frac{11}{10}xy$

c. $-10xyz$

d. $7x^2 + 5ax$

4. a. $y + 62$

b. $4x^2 - 5x + 6a$

c. $-8y + 24$

5. $A + C - B = 10x - y - 3$ și $A - B + C - D = 14x - 2y - 1$